

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2006-2007 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____

Skóli: _____

Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Glitnir styrkir Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Hvað er $3 - (2 - (1 - (3 - (1 - 3))))$?

 -3

 -1

 0

 2

2. Tiltekið er margfeldið $37 \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Eina af tölunum fjórum má hækka um 1. Hvaða tölu á að hækka svo að margfeldið stækki sem mest?

 37

 38

 39

 40

3. Ferhyrningi er skipt í fjóra minni ferhyrninga eins og sýnt er á myndinni hér til hægri. Flatarmál þriggja af ferhyrningunum fjórum eru 4 cm^2 , 7 cm^2 og 15 cm^2 . Hvert er flatarmál fjórða ferhyrningsins, mælt í fersentimetrum?

7	15
4	x

 $7/4$
 $30/4$
 $50/7$
 $60/7$

4. Einfaldið $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$

 2

 $2\sqrt{2}$
 $\sqrt{3}$
 4

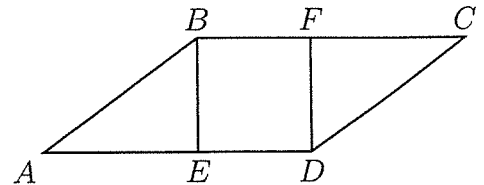
5. Nákvæmlega $2/3$ drengjanna og nákvæmlega $3/4$ stúlkanna stóðust lokapróf í stærðfræði. Fjöldi drengja sem stóðst prófið er jafn fjölda stúlkna sem stóðst prófið. Hvaða hlutfall af öllum hópnum stóðst prófið?

 $\frac{11}{16}$
 $\frac{12}{17}$
 $\frac{13}{18}$
 $\frac{14}{19}$

6. 5×5 skákborð hefur hornreitina svarta. Hversu stór prósentu skákborðsins er hvít?

40% 48% 50% 52%

7. Á myndinni hér til hægri er $ABCD$ samsíðungur og $BFDE$ ferningur. Ef $AB = 20$ cm og $CF = 12$ cm hvert er ummál samsíðungsins?



78 cm 86 cm 92 cm 96 cm

8. x og y eru rauntölur þannig að $x + y = 32$ og $xy = 4$. Hvert er gildið á $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$?

6 7 8 9

9. Gefnir eru 8 einingateningar (teningar af stærð $1 \times 1 \times 1$). Allar 48 hliðar teninganna eru hvítmálaðar. Hver er minnsti fjöldi hliða sem þarf að mála svartar til þess að ómögulegt sé að raða einingateningunum í tening af stærð $2 \times 2 \times 2$ með allar sex hliðarnar hvítar?

2 3 4 6

10. Ef $x^3 = -216$, $y^3 = -64$ og $xyz = 48$ hvert er gildi xz^2 ?

-14 -16 -18 -24

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Fjórir menn smíða 10 skrifborð á 2 vikum og selja hvert borð á 10 þúsund krónur og vinna sér því inn 100 þúsund krónur. Með sama afkastahraða og verðlagningu. Hve mikið, í þúsundum króna, vinna sjö menn sér inn á 4 vikum ef afköst og verðlagning eru óbreytt?

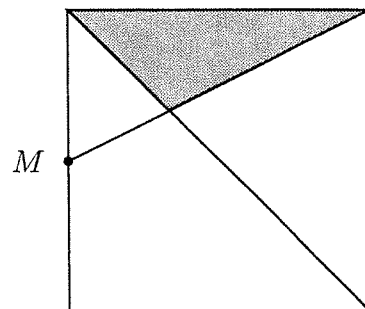
250 300 350 400 450

12. A , B og C eru ólíkir jákvæðir tölustafir. Hvert er gildið á C ef

$$AAAA + BBBB + CCCC = BAAAC?$$

5 6 7 8 9

13. Ferningur er 60 cm^2 . Ferningnum er skipt eins og myndin sýnir og er M miðpunktur hliðar. Hvert er flatarmál skyggða svæðisins mælt í fersentimetrum?

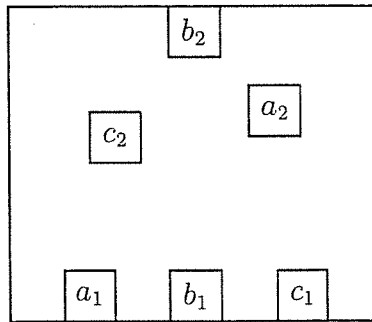


6 8 10 12 15

14. Gefnar eru fjórar jákvæðar heiltölur a, b, c og d þannig að nákvæmlega ein af eftirfarandi fullyrðingum er röng. Hvaða fullyrðing er röng?

- $a < b$
 $c < d$
 $a + c < b + d$
 $a + c < b + d$
 $a < b + c + d$

15. Á myndinni hér fyrir neðan skal reyna að tengja kassa a_1 við kassa a_2 , kassa b_1 við kassa b_2 og kassa c_1 við kassa c_2 með þremur ferlum sem ekki skerast og liggja innan stóra ferningsins. Hver af eftirfarandi fullyrðingum lýsir mögulegum tengingum? (sýnið svar á teikningu)



- Hægt er að tengja b_1 við b_2 en ekki er samtímis hægt að tengja a_1 við a_2 eða c_1 við c_2 .
 Hægt er að tengja b_1 við b_2 og c_1 við c_2 en ekki er samtímis hægt að tengja a_1 við a_2 .
 Hægt er að tengja a_1 við a_2 og c_1 við c_2 en ekki er samtímis hægt að tengja b_1 við b_2 .
 Hægt er að tengja a_1 við a_2 og b_1 við b_2 en ekki er samtímis hægt að tengja c_1 við c_2 .
 Hægt er að tengja öll þrjú pörin samtímis.

Þriðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. N er jákvæð heiltala, $10 < N < 100$. Ef deilt er í N með 7 verður afgangurinn 3 og ef deilt er í N með 13 verður afgangurinn einnig 3. Hver er talan N ?

Svar: _____

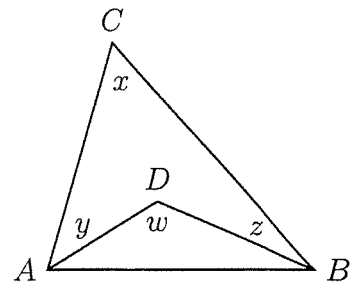
17. Þríhyrningur hefur grunnlínu 10 cm og hæð 5 cm. Í þríhyrninginn er innritaður ferningur þannig að ein hlið ferningsins liggur á grunnlínu þríhyrningsins. Hvert er flatarmál ferningsins mælt í fersentimetrum?

Svar: _____

18. Gerum ráð fyrir að a og b séu jákvæðar heiltölur þannig að $(a + 2b)(a - b) = 10$. Hvert er gildi $2a - b$?

Svar: _____

19. Punkturinn D liggur innan þríhyrnings ABC . Hornin x , y , z og w eru sýnd á myndinni. Finnið stærð hornsins x með tilliti til y , z og w .



Svar: _____

20. Jón og Bjarni hlaupa á hringlaga braut. Báðir hlaupa á jöfnum hraða og er Jón 3 sekúndum á undan Bjarna að ljúka hringnum. Ef þeir félagar halda hlaupunum áfram þá fer Jón framúr Bjarna á 90 sekúndna fresti. Hve lengi er Bjarni að hlaupa einn hring?

Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Við segjum að náttúrleg tala sé *einlit* ef hana má rita með aðeins einum tölustaf. Dæmi um slíkar tölur eru 4, 55 og 11111. Einlita talan 11111 er ekki frumtala (prímtala) því að $11111 = 41 \cdot 271$. Hve margar frumtölur minni en 1.000.000 eru einlitar?

22. Fjórir punktar A, B, C og D liggja á hring þannig að AC miðstrengur, AB er 4 cm, BC er 2 cm og hornin $\angle ABD$ og $\angle CBD$ eru jafn stór. Hver er lengd BD ?

